

POSTULADOS TECNICOS PARA EL BARRILETE PLANO

Parte Nº 04 Parte Nº 04 "Midiendo a que altura navega mi Barrilete"

Introducción - Breves antecedentes Históricos

Para los estudiosos de los aeromodelos, se nos presenta un tema interesante a resolver, que es la de conocer a que altura navega nuestro modelo. Normalmente creemos, que el hilo que cedemos (cabo de control), es la altura a que ha llegado nuestro barrilete, pero la realidad nos indica otra, para lograr una mayor exactitud debemos recurrir a mediciones y cálculos matemáticos que puedan resolver la incógnita.-

La trigonometría acude en nuestra ayuda tratando de resolver el problema, en la antigüedad, el tema era conocido, disponiendo de algunos datos como ser: la medida de un ángulo y la medida de los segmentos de un triángulo, a través del uso de las matemáticas, se podía completar las incógnitas de la figura geométrica.

Uno de los pueblos más antiguos en emplear esta metodología fueron los Egipcios y Babilonios; el estudio de los triángulos les permitió resolver estos problemas en materia de navegación, en la medición de terrenos, alturas y hasta lograr cálculos planetarios y estelares.-

En el trabajo de traducción de: Diego Díaz Fidalgo "La Numeración de Babilonia" artículo en ingles de: *J J O'Connor y E F Robertson; se relaciona la numeración Babilónica con la de sus antecesores directos los Sumerios y Acadios; expresando: "que algunas teorías se basan en la geometría".* El primer comentario sería que no tenemos que seguir retrocediendo, ya que podemos estar bastantes seguros de que el sistema sexagesimal se inició con los Sumerios. El triángulo equilátero era considerado por los Sumerios el bloque constructivo geométrico fundamental. Los ángulos de un triángulo equilátero son de 60º, así que divididos en 10 partes la unidad angular básica sería de 6º. Ahora bien, hay 60 de estas unidades básicas en una circunferencia, de modo que tenemos la razón propuesta para elegir 60 como base del sistema numérico babilónico. Se sugiere leer el rico artículo relacionado con el estudio de la numeración Babilónica, escrito por el autor mencionado.-

Otros antecedentes donde se aplican estas técnicas Matemáticas para medir alturas, se pueden hallar en el Papius Rhind (1650 a.C), Papius Moscú (1850 a.C.), Papius Reisner (1880 d.C.); Papius de Berlín (1850 a.C.), y el Kahun Papius (1850 d.C.) .-

Los primeros textos en tratar el tema fueron "La Astronomía" de Aristarco de Samos (310-230 a. C.) en el que se desarrollan procedimientos de Geometría identificando al seno del ángulo, "Elementos" de Euclides (300 a.C.), "l 'Almagest" de Ptolemeu (90 d.C - 168 d.C.), Tratado del Cuadrilátero de Nassir-al-Tusi (1201-1274) y *de triangulis Omnimodis* de Regiomontanus (1436-1476) .-

La denominación Trigonometría, proviene del Griego *trigōnon* "triángulo" y *metron* "medida", surge allí su significado *medición de triángulos*. Hoy día continúan aplicándose en geometría, geometría del espacio, triangulación, sistemas de navegación por satélites, en robótica y múltiples usos diarios que quizás no tengamos en cuenta.

En trigonometría, se emplean tres unidades de medida, si bien la más utilizada en la vida cotidiana es el Grado sexagesimal, en matemáticas es el Radián, definido como la unidad natural para medir ángulos y el grado centesimal que se desarrolló, como la unidad más próxima al sistema decimal, pero su uso prácticamente es inexistente.

Grado sexagesimal: unidad angular que divide una circunferencia en 360°.

Radián: unidad angular natural en trigonometría, en una circunferencia completa medida en radianes equivale $1 \text{ radián} = (180^\circ / \pi) = 57.296^\circ$ ($\pi = 3,1416$)

Grado centesimal: unidad angular divide a la circunferencia en 400 grados centesimales equivalentes a $90^\circ / 100 = 0.9$; $1 \text{ ángulo recto} = 100 \text{ grados}$.- $1 \text{ circunferencia} = 400^\circ$

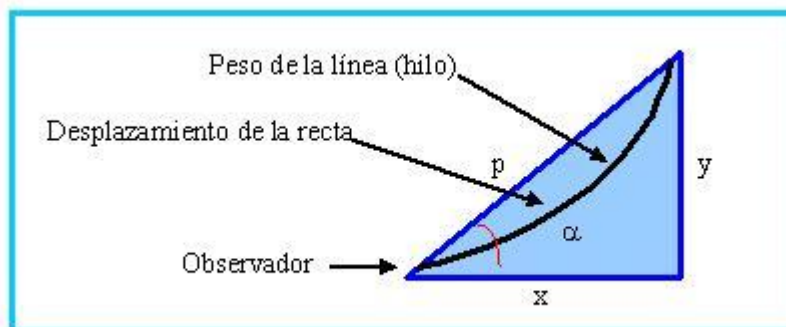
Nosotros emplearemos el sistema sexagesimal para resolver nuestros problemas.-

El perímetro de la circunferencia es igual a $[\pi * d \text{ (diámetro)}]$ y este es igual en grados a 360°; cada uno de los grados se mide en 60 minutos y cada minuto se mide en 60 segundos.-

1 Giro = 360°	1 Angulo recto = 90°	1° = 60 minutos
½ giro = 180°	1 Radian = 60°	1 ^M = 60 segundos = 1 ^S

La NASA nos facilita la forma para medir la altura de nuestro Barrilete

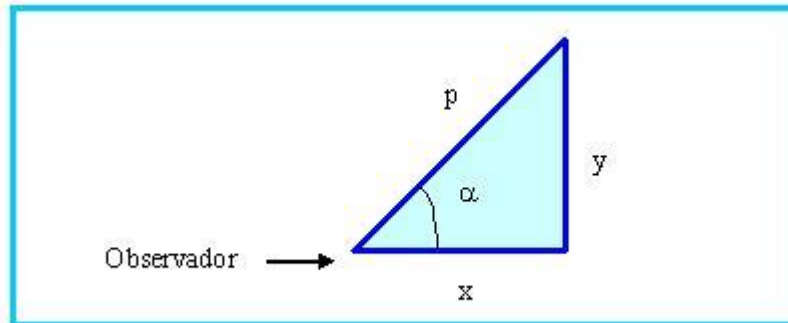
Para el Centro de Investigaciones Glenn de la NASA (Administración Nacional del Espacio y Aeronáutica) USA; la tensión de la línea de control es fundamental para resolver el problema de la determinación de la altura de nuestro barrilete. Se recurre entonces, a la formula $g = s * p$ (g = peso total de la línea; s = longitud total de la línea de control y p = peso por pie (deberíamos emplear metros según nuestro sistema)); señalando que este peso hace que la forma de la línea que compone uno de los lados del triangulo no es una recta, por lo que sugiere, que no se puede emplear trigonometría para determinar la altura exacta de nuestro modelo, el Centro proporciona un programa para obtener esta información que se denomina "Kitemodeler". Para los especialistas en matemáticas existe una coincidencia de criterio.



Trigonometría para tomar mediciones

A través de esta metodología podemos determinar cada uno de los lados del triangulo cuyos lados reciben el nombre de radio (p), Abscisa (x) y Ordenada (y); y el ángulo α .

Se determinaron seis Razones distintas que son: **Seno del ángulo α** que es la razón entre la ordenada y el radio; **coseno del ángulo α** es la razón entre la abscisa y el radio; **tangente del ángulo α** es la razón entre la ordenada y la abscisa, **la cotangente del ángulo α** que es la razón entre la abscisa y la ordenada; **la secante del ángulo α** que es la razón entre la radio y la abscisa y la **cosecante del ángulo α** que es la razón entre el radio y la ordenada.-



p = Radio
y = Ordenada
x = Abscisa
 α = Angulo

Razones

Seno $\alpha = y/p$	Tangente $\alpha = y/x$	Secante $\alpha = p/x$
Coseno $\alpha = x/p$	Cotangente $\alpha = x/y$	Cosecante $\alpha = p/y$

El valor que nos interesa obtener el valor de y (ordenada), pues el valor de x (abscisa) simplemente lo medimos, para resolver el problema emplearemos la razón tangente a la cual debemos despejar y.-

$$\begin{aligned} \text{tang } \alpha &= y / x \\ y &= \text{tang } \alpha \cdot x \end{aligned}$$

Para no complicar su aplicación he preparado unas tablas para distancias fijas (x) que determinan una altura probable del barrilete (bastante exacta) que le permite al lector con un simple aparato de medición y de construcción muy sencilla obtener alturas en forma rápida.-

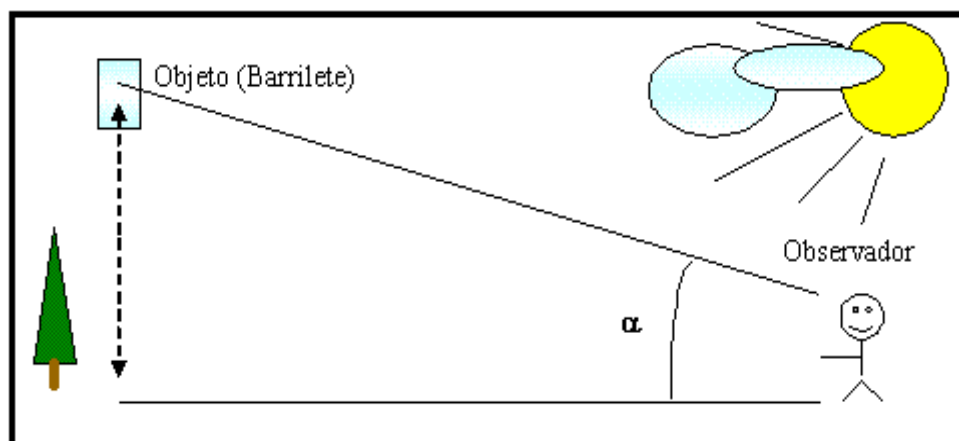
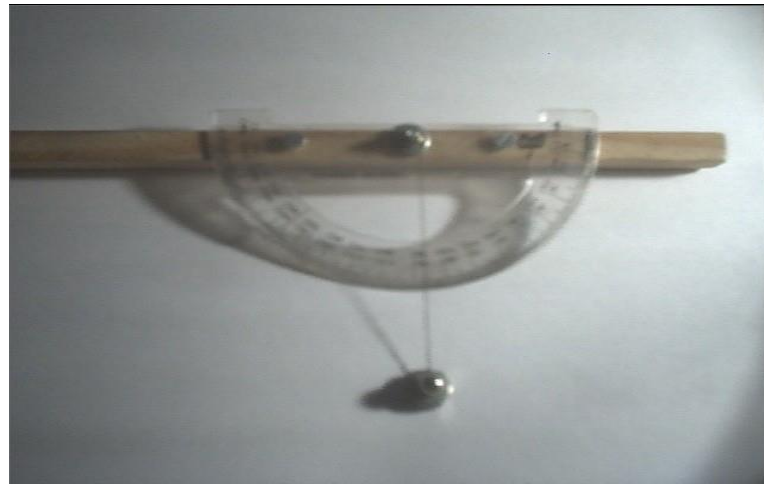
Construcción de Aparato sencillo de medición

Materiales:

- Varilla de madera de cuadrada de 1 cm x 1 cm x 30 cm
- Transportador de 180° o 360° (optimo)
- Hilo de coser
- Plomada

Este simple aparato de medición permite al usuario, alinear el objeto al que se quiere medir su altura y tomar su ángulo α señalado por el hilo sobre el transportador.- Al contar con el dato del valor de x y el ángulo α que nos señala la regla; aplicamos la formula mencionada que nos

permite conocer a que altura del objeto al nivel del suelo.- Los agrimensores emplean un equipo que se denomina teodolito en el cual se encuentran dispositivos de nivelación respecto del suelo y además conocen el nivel del mar que permite realizar mediciones con exactitud. Nosotros nos conformaremos con tener una altura aproximada de nuestro objeto volador.-



Para realizar esta medición debemos constituir un equipo de tres personas compuesta por un piloto, una que aliñe el equipo de medición con el objeto y la otra persona para que tome los datos que refleja el indicador (hilo con su plomada sobre la regla transportador) en una libreta. Siempre es recomendable tomar varias mediciones para lograr una mayor exactitud. Luego recurrimos al cálculo o a la tabla agregada y según el ángulo indicado en la columna 1) nos indicara la altura del objeto representado en la última columna c). Podemos divertirnos muchos calculando alturas de Barriletes, árboles, edificios, anchos de ríos, entre otros.-

Tablas

Nota: A partir de los 45 ° debería tomarse una nueva distancia independiente del hilo empleado, pues los valores de la tangente forman una senoide y se tornan negativos distorsionando los valores de altura.-

La distancia es equivalente a la longitud del Hilo				La distancia es equivalente a la longitud del Hilo			
La Operación no tiene en cuenta el peso del hilo				La Operación no tiene en cuenta el peso del hilo			
Angulo a C°	Distancia del hilo d	Tangente 0 minutos a	Altura del Objeto c =	Angulo a C°	Distancia del hilo d	Tangente 0 minutos a	Altura del Objeto c =
0	150,00	0,00000	0,00	0	100,00	0,00000	0,00
1	150,00	0,01748	2,62	1	100,00	0,01748	1,75
2	150,00	0,03492	5,24	2	100,00	0,03492	3,49
3	150,00	0,05241	7,86	3	100,00	0,05241	5,24
4	150,00	0,06993	10,49	4	100,00	0,06993	6,99
5	150,00	0,08749	13,12	5	100,00	0,08749	8,75
6	150,00	0,10510	15,77	6	100,00	0,10510	10,51
7	150,00	0,12278	18,42	7	100,00	0,12278	12,28
8	150,00	0,14054	21,08	8	100,00	0,14054	14,05
9	150,00	0,15838	23,76	9	100,00	0,15838	15,84
10	150,00	0,17633	26,45	10	100,00	0,17633	17,63
11	150,00	0,19438	29,16	11	100,00	0,19438	19,44
12	150,00	0,21256	31,88	12	100,00	0,21256	21,26
13	150,00	0,23087	34,63	13	100,00	0,23087	23,09
14	150,00	0,24933	37,40	14	100,00	0,24933	24,93
15	150,00	0,26795	40,19	15	100,00	0,26795	26,80
16	150,00	0,28675	43,01	16	100,00	0,28675	28,68
17	150,00	0,30573	45,86	17	100,00	0,30573	30,57
18	150,00	0,32492	48,74	18	100,00	0,32492	32,49
19	150,00	0,34433	51,65	19	100,00	0,34433	34,43
20	150,00	0,36562	54,84	20	100,00	0,36562	36,56
21	150,00	0,38386	57,58	21	100,00	0,38386	38,39
22	150,00	0,40403	60,60	22	100,00	0,40403	40,40
23	150,00	0,42447	63,67	23	100,00	0,42447	42,45
24	150,00	0,44523	66,78	24	100,00	0,44523	44,52
25	150,00	0,46631	69,95	25	100,00	0,46631	46,63
26	150,00	0,48773	73,16	26	100,00	0,48773	48,77
27	150,00	0,50953	76,43	27	100,00	0,50953	50,95
28	150,00	0,53171	79,76	28	100,00	0,53171	53,17
29	150,00	0,55431	83,15	29	100,00	0,55431	55,43
30	150,00	0,57735	86,60	30	100,00	0,57735	57,74
31	150,00	0,60086	90,13	31	100,00	0,60086	60,09
32	150,00	0,62487	93,73	32	100,00	0,62487	62,49
33	150,00	0,64941	97,41	33	100,00	0,64941	64,94
34	150,00	0,67451	101,18	34	100,00	0,67451	67,45
35	150,00	0,70021	105,03	35	100,00	0,70021	70,02
36	150,00	0,72654	108,98	36	100,00	0,72654	72,65
37	150,00	0,75355	113,03	37	100,00	0,75355	75,36
38	150,00	0,78129	117,19	38	100,00	0,78129	78,13
39	150,00	0,80978	121,47	39	100,00	0,80978	80,98
40	150,00	0,83910	125,87	40	100,00	0,83910	83,91
41	150,00	0,86929	130,39	41	100,00	0,86929	86,93
42	150,00	0,90040	135,06	42	100,00	0,90040	90,04
43	150,00	0,93252	139,88	43	100,00	0,93252	93,25
44	150,00	0,96569	144,85	44	100,00	0,96569	96,57
45	150,00	1,00000	150,00	45	100,00	1,00000	100,00

La distancia es equivalente a la longitud del Hilo

La Operación no tiene en cuenta el peso del hilo

Angulo a C°	Distancia del hilo d	Tangente 0 minutos a	Altura del Objeto c=
0	50,00	0,00000	0,00
1	50,00	0,01748	0,87
2	50,00	0,03492	1,75
3	50,00	0,05241	2,62
4	50,00	0,06993	3,50
5	50,00	0,08749	4,37
6	50,00	0,10510	5,26
7	50,00	0,12278	6,14
8	50,00	0,14054	7,03
9	50,00	0,15838	7,92
10	50,00	0,17633	8,82
11	50,00	0,19438	9,72
12	50,00	0,21256	10,63
13	50,00	0,23087	11,54
14	50,00	0,24933	12,47
15	50,00	0,26795	13,40
16	50,00	0,28675	14,34
17	50,00	0,30573	15,29
18	50,00	0,32492	16,25
19	50,00	0,34433	17,22
20	50,00	0,36562	18,28
21	50,00	0,38386	19,19
22	50,00	0,40403	20,20
23	50,00	0,42447	21,22
24	50,00	0,44523	22,26
25	50,00	0,46631	23,32
26	50,00	0,48773	24,39
27	50,00	0,50953	25,48
28	50,00	0,53171	26,59
29	50,00	0,55431	27,72
30	50,00	0,57735	28,87
31	50,00	0,60086	30,04
32	50,00	0,62487	31,24
33	50,00	0,64941	32,47
34	50,00	0,67451	33,73
35	50,00	0,70021	35,01
36	50,00	0,72654	36,33
37	50,00	0,75355	37,68
38	50,00	0,78129	39,06
39	50,00	0,80978	40,49
40	50,00	0,83910	41,96
41	50,00	0,86929	43,46
42	50,00	0,90040	45,02
43	50,00	0,93252	46,63
44	50,00	0,96569	48,28
45	50,00	1,00000	50,00

La distancia es equivalente a la longitud del Hilo

La Operación no tiene en cuenta el peso del hilo

Angulo a C°	Distancia del hilo d	Tangente 0 minutos a	Altura del Objeto c=
0	30,00	0,00000	0,00
1	30,00	0,01748	0,52
2	30,00	0,03492	1,05
3	30,00	0,05241	1,57
4	30,00	0,06993	2,10
5	30,00	0,08749	2,62
6	30,00	0,10510	3,15
7	30,00	0,12278	3,68
8	30,00	0,14054	4,22
9	30,00	0,15838	4,75
10	30,00	0,17633	5,29
11	30,00	0,19438	5,83
12	30,00	0,21256	6,38
13	30,00	0,23087	6,93
14	30,00	0,24933	7,48
15	30,00	0,26795	8,04
16	30,00	0,28675	8,60
17	30,00	0,30573	9,17
18	30,00	0,32492	9,75
19	30,00	0,34433	10,33
20	30,00	0,36562	10,97
21	30,00	0,38386	11,52
22	30,00	0,40403	12,12
23	30,00	0,42447	12,73
24	30,00	0,44523	13,36
25	30,00	0,46631	13,99
26	30,00	0,48773	14,63
27	30,00	0,50953	15,29
28	30,00	0,53171	15,95
29	30,00	0,55431	16,63
30	30,00	0,57735	17,32
31	30,00	0,60086	18,03
32	30,00	0,62487	18,75
33	30,00	0,64941	19,48
34	30,00	0,67451	20,24
35	30,00	0,70021	21,01
36	30,00	0,72654	21,80
37	30,00	0,75355	22,61
38	30,00	0,78129	23,44
39	30,00	0,80978	24,29
40	30,00	0,83910	25,17
41	30,00	0,86929	26,08
42	30,00	0,90040	27,01
43	30,00	0,93252	27,98
44	30,00	0,96569	28,97
45	30,00	1,00000	30,00

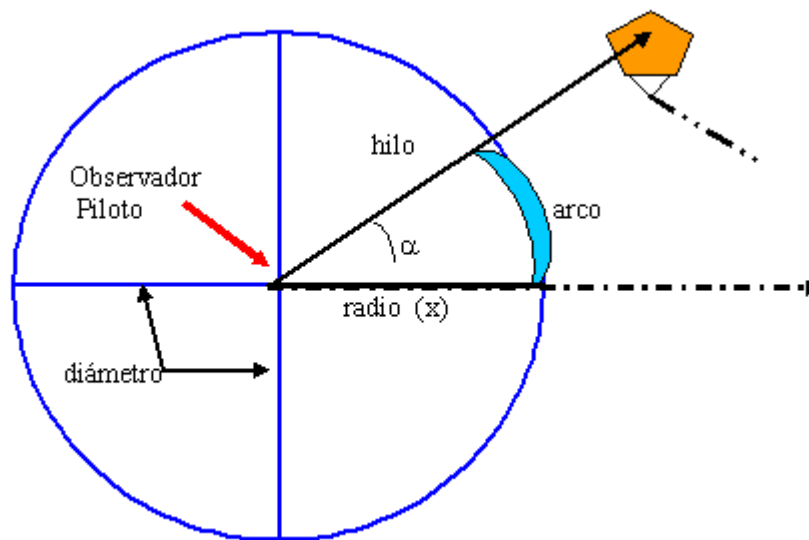
Otra forma de Medición

Ahora bien, teniendo en cuenta los conceptos expuestos, podemos decir que la corvadura del hilo nos resulta un problema interesante para resolver, a través del perfeccionamiento de las bridas, el ángulo de ataque de nuestro modelo podemos lograr una tensión mayor del cabo de

control (hilo), con ello disminuiría considerablemente esta corvadura y mejoraría sustancialmente nuestras mediciones.

Si tenemos en cuenta que la medida del hilo siempre es fija en el entorno de tiempo que empleamos, podemos decir que el piloto se encuentra en un punto central de nuestro imaginario círculo, a medida que nuestro modelo se eleva, se transforma en un arco de un círculo, al cual podemos medir.

Disponemos de la longitud del hilo (x), y podemos medir el ángulo α con nuestro equipo de medición tendremos:



Medir el arco de la circunferencia puede resultar una forma de conocer la altura de nuestro barrilete pues el mismo vuela formando un arco:

La longitud de arco la medimos = $(\pi * d \text{ (diámetro)} / 360) * \alpha \text{ (ángulo)}$

Ejemplo: Si el piloto se encuentra en una circunferencia imaginaria que posee 30 metros de radio, y el ayudante de campo tomó como medida angular 45 °, cual es la longitud de arco (altura de nuestro modelo) correspondiente a ese ángulo?

$$\text{Long. Arco} = (3,1416 * 60 \text{ mts} / 360) * 45 = 23,562 \text{ mts}$$

$$\text{Otra forma} = (3.1416 * 30 \text{ mts} / 180) * 45 = 23,562 \text{ mts}$$

Autor y compilador Daniel Orellano

Bibliografía:

Diccionario Enciclopédico Hispano-... (vol. 3, págs. 535-536 - editado: 14-11-2007) BERNOUILLI, matemáticos suizos (biografía) © TORRE DE BABEL EDICIONES - Nota sobre la edición y Aviso Legal.-
Física I - Alberto P. Maiztegui – Jorge A. Sábato Edit. Kapelusz – 1951
Síntesis de Física - Jorge Juan Bianchi – Editado por el Autor.-
Servicio Meteorológico Nacional Argentino – www.meteofa.com
“Aclarint Conceptes” (Aclarando Conceptos) Xavier Soret , artículos publicados en Boletín L’Estel – Barcelona Estels Club. Barcelona España –
“Aspectos Físicos elementales del Vuelo de las Cometas” - Juan Miguel Suay Belenguer – Al Final del Hilo – España

Kite Launch and Flight – “Barriletes Lanzamiento y Vuelo” - Glenn Research Center – NASA – USA (NASA Glenn Learning Technologies).-

Mapas de Altura: Generalidades - Manuel Palomares Calderón - Instituto Nacional de Meteorología – Madrid - España - macalderon@mi.madridtel.es

Diccionario de Arquitectura y Construcción – *Definiciones y traducciones*
www.parro.com.ar

Manual de Vuelo “Principios Básicos” M. A. Muñoz www.manualvuelo.com M.A.Muñoz

Manual del Alumno – Educación de la Nación – Edit. Kapelusz -1956

Centro de Investigaciones Glenn de la NASA (Administración Nacional del Espacio y Aeronáutica) USA – Kitemodeler.-

Club de Ciencias Presidente Derqui – www.ccpd.com.ar – ccpd77@yahoo.com.ar; oao1955@hotmail.com.-
A European Informational Website; www.Trigonometria.eu

L'Ensenyament de la TRIGONOMETRIA. - ARISTARC DE SAMOS (310-230 a.C).

M^a Rosa Massa Esteve (1) (2)

(1) Coordinadora del Grup de Treball d'Història de les Matemàtiques de l'ABEAM.

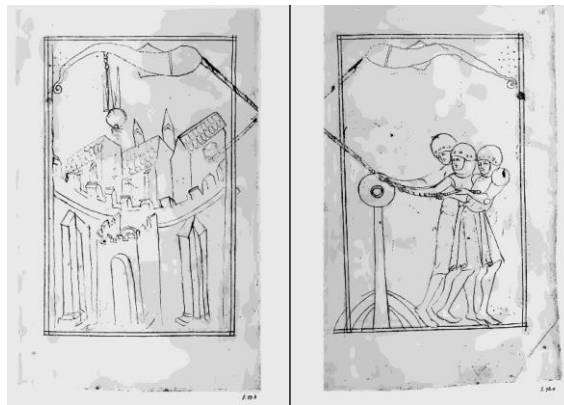
(2) Centre per a la Recerca d'Història de la Tècnica. Universitat Politècnica de Catalunya.

MacTutor History of Mathematics Archive Artículo de: J J O'Connor y E F Robertson

- A Aaboe, *Episodes from the Early History of Mathematics* (1964).
- R Calinger, *A conceptual history of mathematics* (Upper Straddle River, N. J., 1999).
- G Ifrah, *A universal history of numbers : From prehistory to the invention of the computer* (London, 1998).
- G G Joseph, *The crest of the peacock* (London, 1991).
 - Neugebauer and A Sachs, *Mathematical Cuneiform Texts* (New Haven, CT., 1945).
- B L van der Waerden, *Science Awakening* (Groningen, 1954).
- B L van der Waerden, *Geometry and Algebra in Ancient Civilizations* (New York, 1983).

Artículos:

- J Hoyrup, *Babylonian mathematics*, in I Grattan-Guinness (ed.), *Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences* (London, 1994), 21-29.
- J Friberg, *Methods and traditions of Babylonian mathematics. Plimpton 322, Pythagorean triples, and the Babylonian triangle parameter equations*, *Historian Mathematical* 8 (1981), 277-318.



Walter Milemete 1326

THE TREATISE OF WALTER DE MILEMETE

DE NOBILITATIBUS, SAPIENTIIS, ET PRUDENTIIS REGUM Paginas f.77 y f.78 año 1326

El tratado de Walter nobilitatibus de Milemete De, sapientiis, et regum prudentiis, que se reproduce en facsímil del único manuscrito conservado en el Christ Church, Oxford, junto con una selección de páginas del manuscrito compañero del tratado de Aristóteles De secretis Secretum, conservado en la la colección del conde de Leicester, en el salón Holkham; (1913)